2標本検定
（教科書第8章）

北九州市立大学経済学部

齋藤 朗宏

今日の内容

- 2標本検定（ペアとなる標本の場合，教科書8.2）
- 分散の比の検定（F検定，教科書8.5）
- 2標本検定（ペアとならない標本の場合，教科書8.3）

統計的仮説検定

- 特に平均値に関する検定の場合，背理法と中心極限定理から導き出される.

1. 背理法のロジックに従い，証明したいことと逆の仮説を立てる（帰無仮説）.
   - 証明したいこと（対立仮説）……男性の平均身長（母平均）は165cmではない.
   - 逆の仮説（帰無仮説）…… 男性の平均身長（母平均）は165cmである.
2. 中心極限定理に従えば，帰無仮説が正しい場合，標本平均は平均が帰無仮説の母平均の正規分布に従う.
   - 標本平均は，平均165の正規分布に従う.

統計的仮説検定

3. 仮説の下で，得られた標本平均がどれくらい起こりにくいことなのか検討する．
   - 標本平均は172.7cmだったとする．母平均が165，標準誤差が8.6の場合，標本平均が172.7以上を取る確率はほぼゼロ．
4. 確率的に低い事であれば，確率的に起こりにくいことがたまたま起こったと解釈するのではなく，帰無仮説が間違えていたのだと考える．
   - 母平均は165であっているのだけど，ほぼゼロの確率でしか起こらない標本平均172.7が今回たまたま出てきたのではなく，母平均165という仮定が違っていたのだと考える．→「母平均は165cmではない」の証明完了！！

2標本検定
（ペアとなる標本の場合）

２標本検定

- 2つのグループの間で平均値に差があるかを調べるのは，応用上重要な問題である．そういった問題に対する検定のことを2標本検定と呼ぶ．
  - ペアとなる標本を用いた分析．
    - 1回目のテストと2回目のテストではどちらの方が成績がいいか？
    - 1年生の時に測った身長と3年生になってから測った身長では差はあるか？
  - ペアとはならない2つのグループ間で，グループ間で分散が等しい場合．
  - ペアとはならない2つのグループ間で，グループ間で分散が異なる場合．
    - 日本人と韓国人で平均身長は等しいのか？
    - A組とB組でテストの平均点は異なるか？

ペアとなるデータとならないデータ

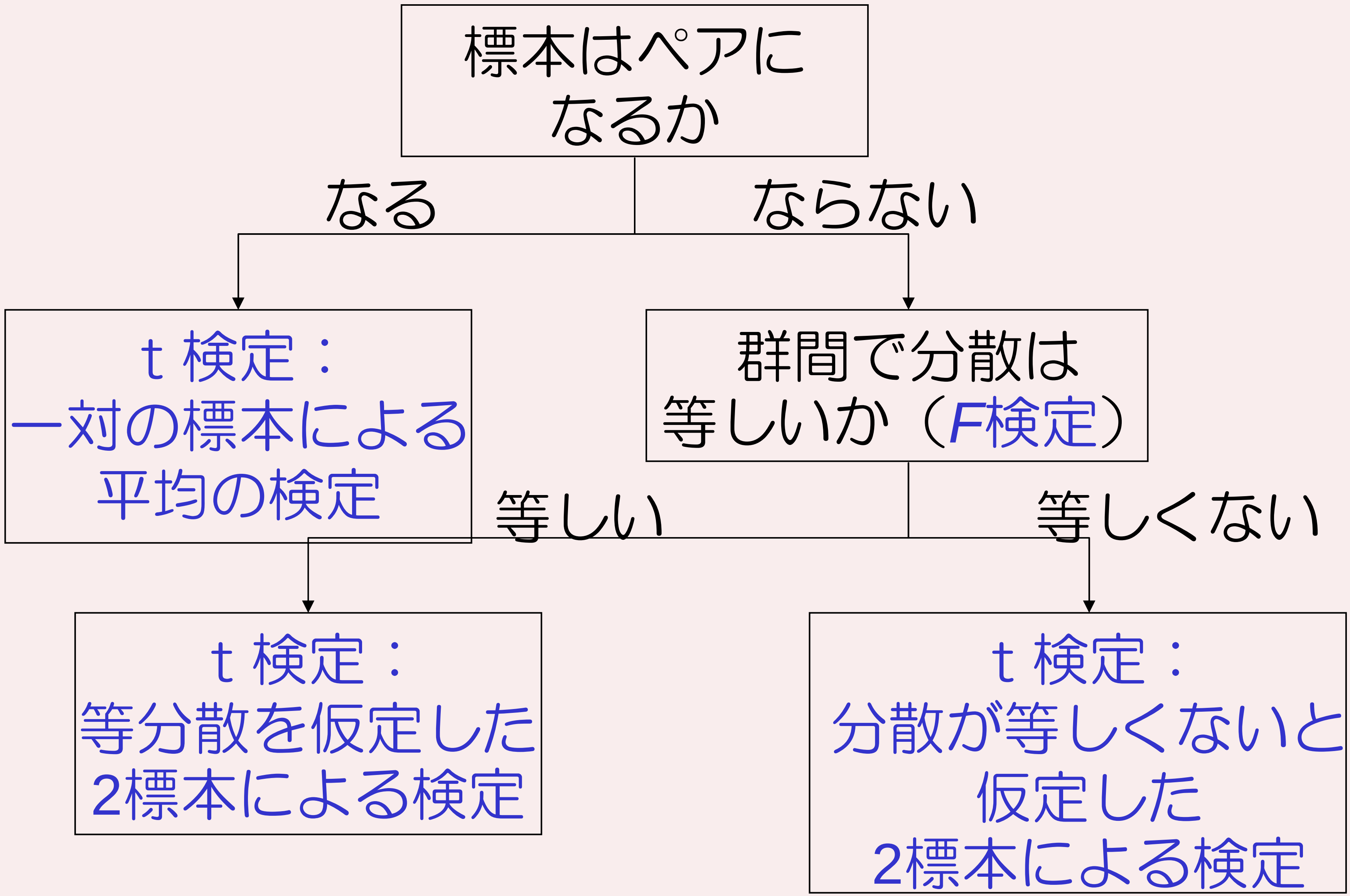
ID	1回目	2回目
1	5	6
2	6	3
3	7	3
4	6	1
5	5	2
6	3	3
7	8	1
8	7	3
9	8	6
10	4	6

同じ人に2度のテストを行っている.
同じ番号における差に意味がある.
対応のあるデータ
ペアとなる標本

ID	A高校	B高校
1	170.45	164.45
2	173.48	172.08
3	168.49	171.76
4	169.88	172.77
5	175.01	164.23
6	174.34	169.26
7	173.75	167.30
8	177.26	166.80
9	172.72	168.90

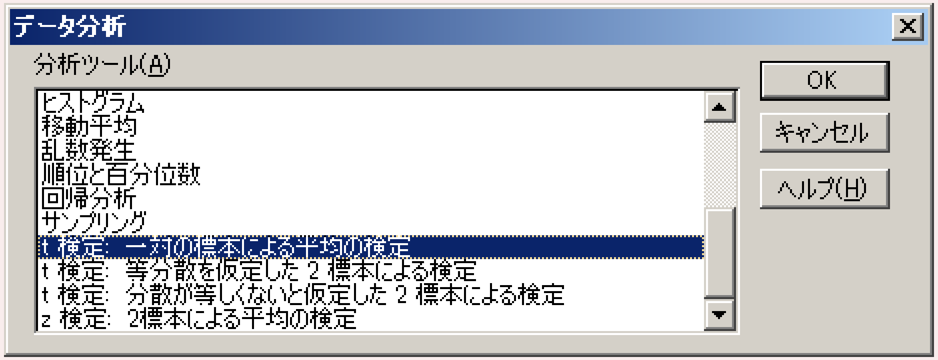
一人には一回しか聞いていない. 同じ番号における差に意味がない.
対応のないデータ
ペアにはならない標本

２標本検定の分類

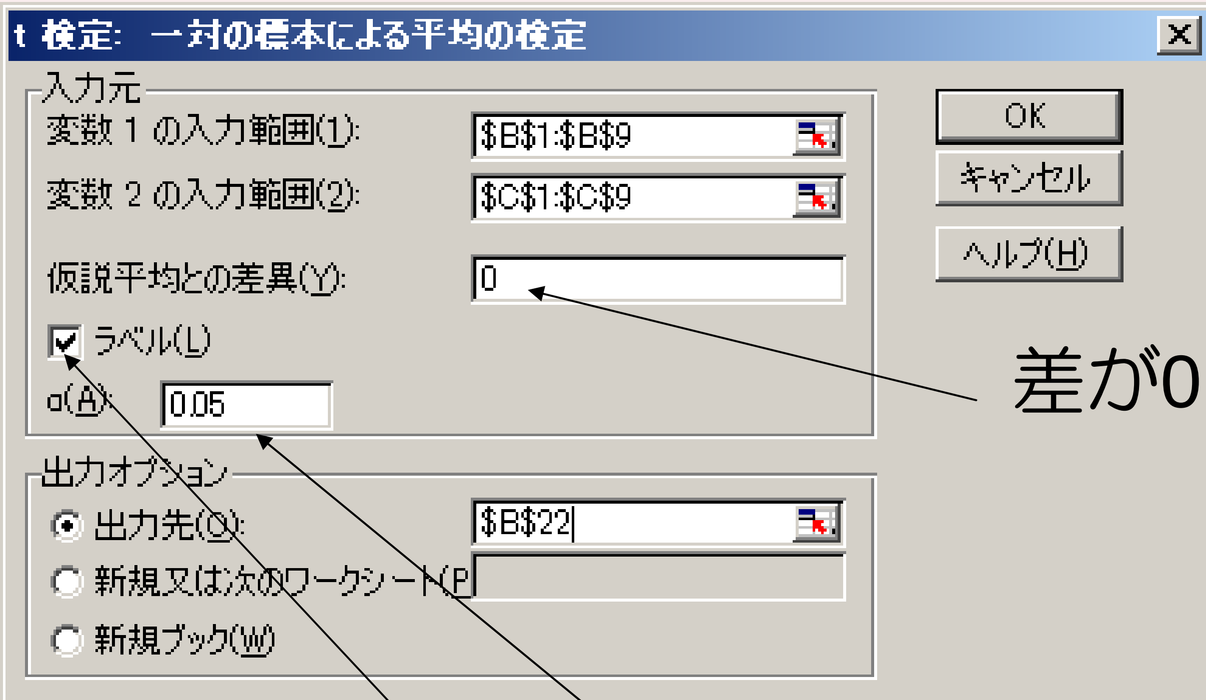

標本はペアになるか
なる
ならない
ｔ検定：一対の標本による平均の検定
群間で分散は等しいか（F検定）
等しい
等しくない
ｔ検定：等分散を仮定した2標本による検定
ｔ検定：分散が等しくないと仮定した2標本による検定

ペアとなる標本を用いた分析

- 差の平均値が0であるか（帰無仮説は，差は0である）の検定．
- 分析ツールからｔ検定，あるいは差を取って，標本平均値と標準誤差を求めた上でｔ値を求めればよい（第9回と同じ）．



ペアとなる標本を用いた分析



差が0かどうかの検定

有意水準5%で検定を実施

1行目を変数名として扱う

ペアとなる標本を用いた分析

t-検定：一対の標本による平均の検定ツール

	1回目	2回目
平均	5.9	3.4
分散	2.766667	3.822222
観測数	10	10
ピアソン相関	-0.19134	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	2.824663	
P(T<=t) 片側	0.009947	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	0.019895	
t 境界値 両側	2.262157	

差が0かどうかの検定

t分布の自由度

差の標本平均について，
母平均（0）を引いて，
標準誤差で割って
標準化したもの

tの絶対値が2.825を超える確率

tの絶対値が2.262を超える確率は0.05

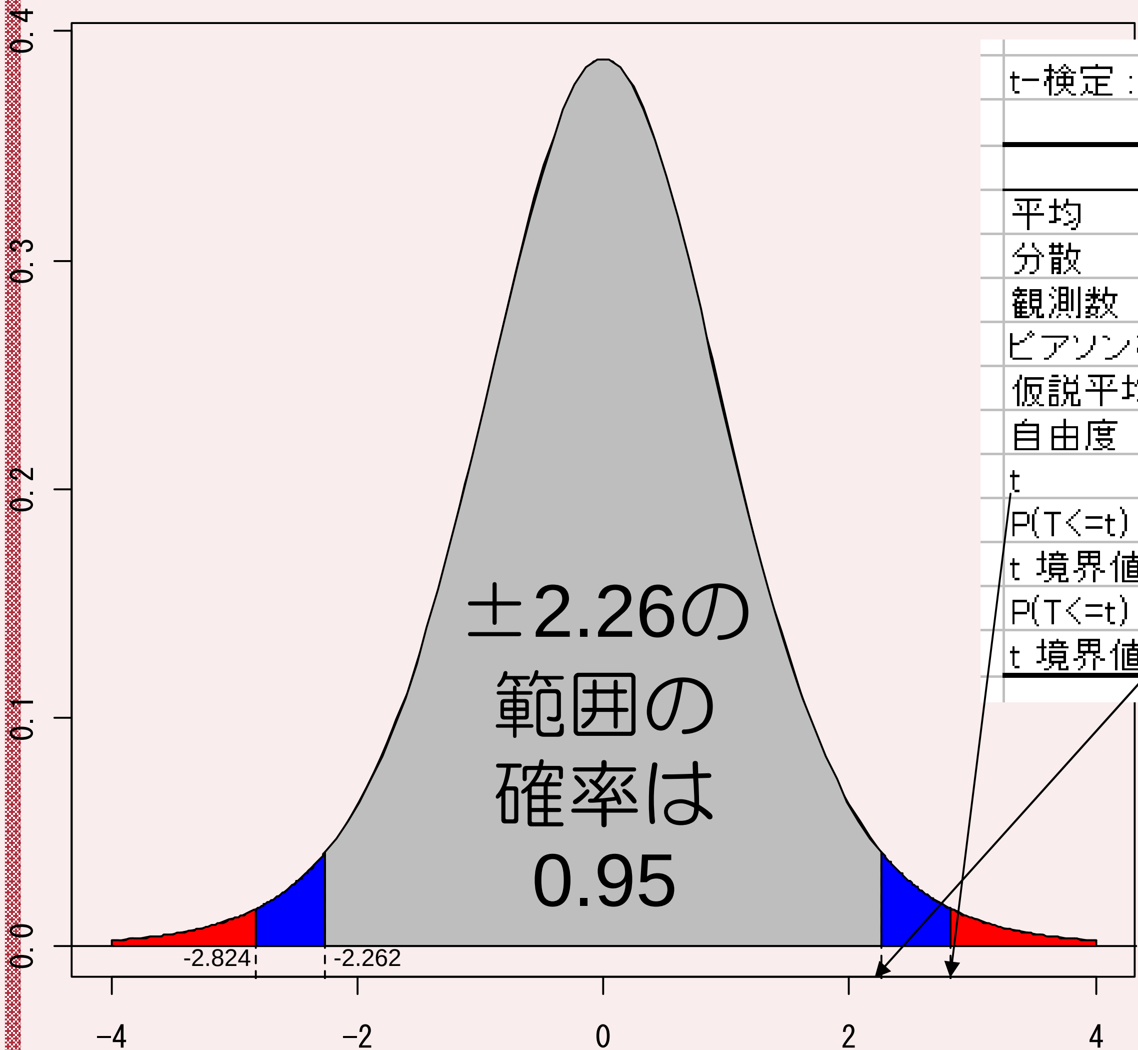
ペアとなる標本を用いた分析

t	2.824663
P(T<=t) 片側	0.009947
t 境界値 片側	1.833113
P(T<=t) 両側	0.019895
t 境界値 両側	2.262157

帰無仮説が正しい時，t値が±2.825を超える確率は0.020．これは5%以下であり，有意水準5%とすれば差があると言える（1%とすると差があるとは言えない）．

絶対値2.825はｔ境界値2.262を超えている．よって，t値が±2.825を超える確率は5%以下であり，有意水準5%とすれば差があると言える．

ペアとなる標本を用いた分析

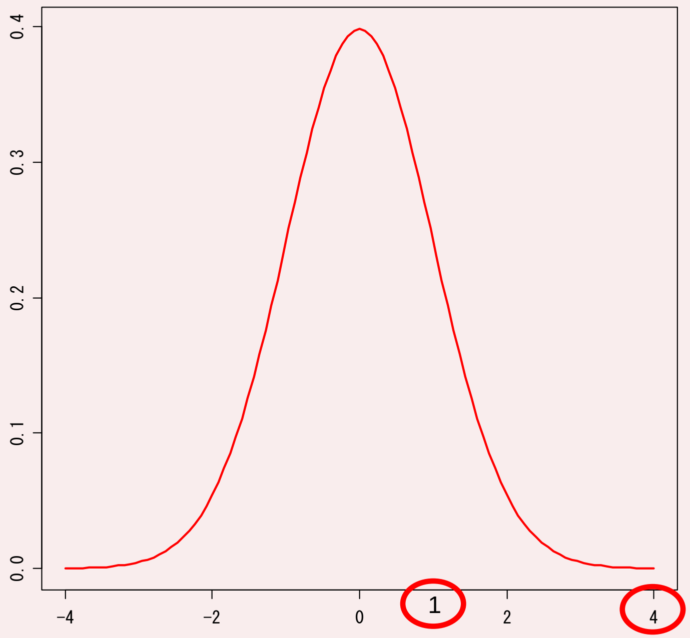


t-検定 : 一対の標本による平均の検定ツール

	1回目	2回目
平均	5.9	3.4
分散	2.766667	3.822222
観測数	10	10
ピアソン相関	-0.19134	
仮説平均との差異	0	
自由度	9	
t	2.824663	
P(T<=t) 片側	0.009947	
t 境界値 片側	1.833113	
P(T<=t) 両側	$\boxed{0.019895}$	
t 境界値 両側	2.262157	

赤の部分の合計は
0.0199
赤と青合わせて
0.05

統計的仮説検定



自由度198のｔ分布

- この分布において，ｔの値が±１を超える確率は約32%．±4を超える確率は0.01%以下．
- ±1くらいだったら偶然で起こりえるが，±4であったら，偶然ではまず起こりえない．
- ±xを超える確率が有意水準（たとえば5%）以下だったら，偶然ではないと見なす．

２標本検定の分類

標本はペアになるか

なる

ならない

ｔ検定：
一対の標本による平均の検定

群間で分散は等しいか（*F*検定）

等しい

等しくない

ｔ検定：
等分散を仮定した2標本による検定

ｔ検定：
分散が等しくないと仮定した2標本による検定

分散の比の検定（F検定）

分散の比の検定

- ペアにはならない標本においては，グループ間で母分散が等しいかを確認したうえで分析を実行する必要がある．
- 2つのグループの母分散が以下であるとき，不偏分散の比が従う分布を*F*分布と呼ぶ．

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$（帰無仮説）

$$F = s_1^2 / s_2^2$$

- *F*は*F*分布に従う（母分散は等しい）という帰無仮説で検定を行い，有意差があれば分散は異なる，なければ，取り敢えず分散は同じと考える．

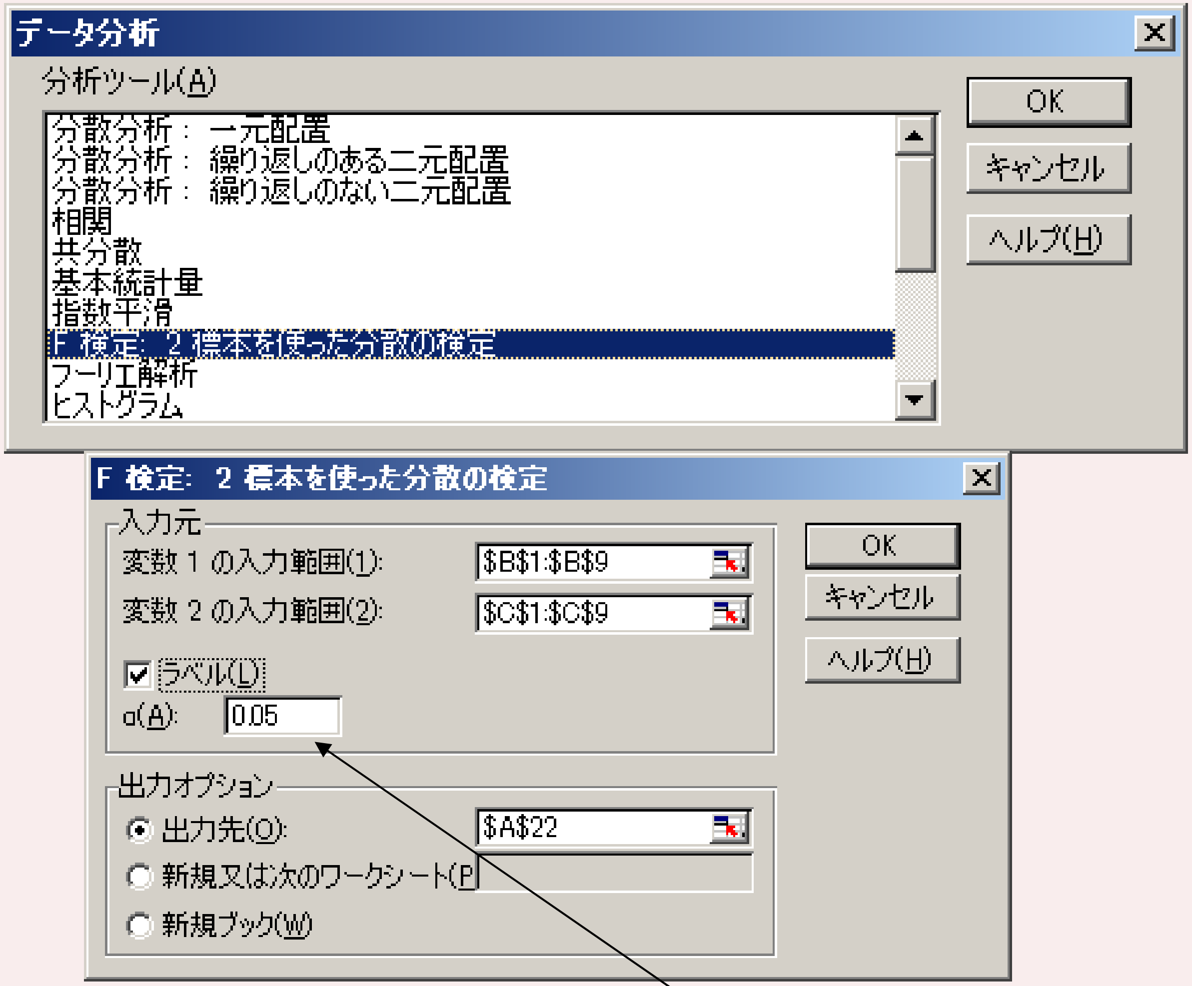
*F*検定の考え方

1. 背理法のロジックに従い，証明したいことと逆の仮説を立てる（帰無仮説）．
   - 証明したいこと（対立仮説）……母分散の比は1ではない（母分散は等しくはない）．
   - 逆の仮説（帰無仮説）……母分散の比は1である（母分散は等しい）．
2. 帰無仮説が正しい場合，不偏分散の比は*F*分布に従う.
3. 仮説の下で，得られた分散の比がどれくらい起こりにくいことなのか検討する.

*F*検定の考え方

4. 確率的に低い事であれば，確率的に起こりにくいことがたまたま起こったと解釈するのではなく，帰無仮説が間違えていたのだと考える.
   - 母分散の比は1であっているのだけど，0.1%の確率でしか起こらない比が今回たまたま出てきたのではなく，母分散の比は１という仮定が違っていたのだと考える（帰無仮説を棄却する）．今回は，帰無仮説が棄却できない場合，取り敢えず分散は等しいと考える.

F検定



有意水準5%で検定を実施

*F*検定

F-検定：2 標本を使った分散の検定		
	B高校	A高校
平均	168.8158	172.858
分散	10.50161	7.978276
観測数	31	31
自由度	30	30
観測された分散比	1.316276	
P(F<=f) 片側	0.22808	
F 境界値 片側	1.840872	

10.51/7.98=1.32

今回の条件で，母分散の比が１だけど不偏分散の比が1.32を超える確率は0.23

今回の条件で，不偏分散の比がこの値を超える確率は0.05

- 分析ツールの場合，分散が大きな方を変数１とした方がわかりやすい．観測された分散比が１未満であった場合，変数１と２を入れ替えて再分析すること．

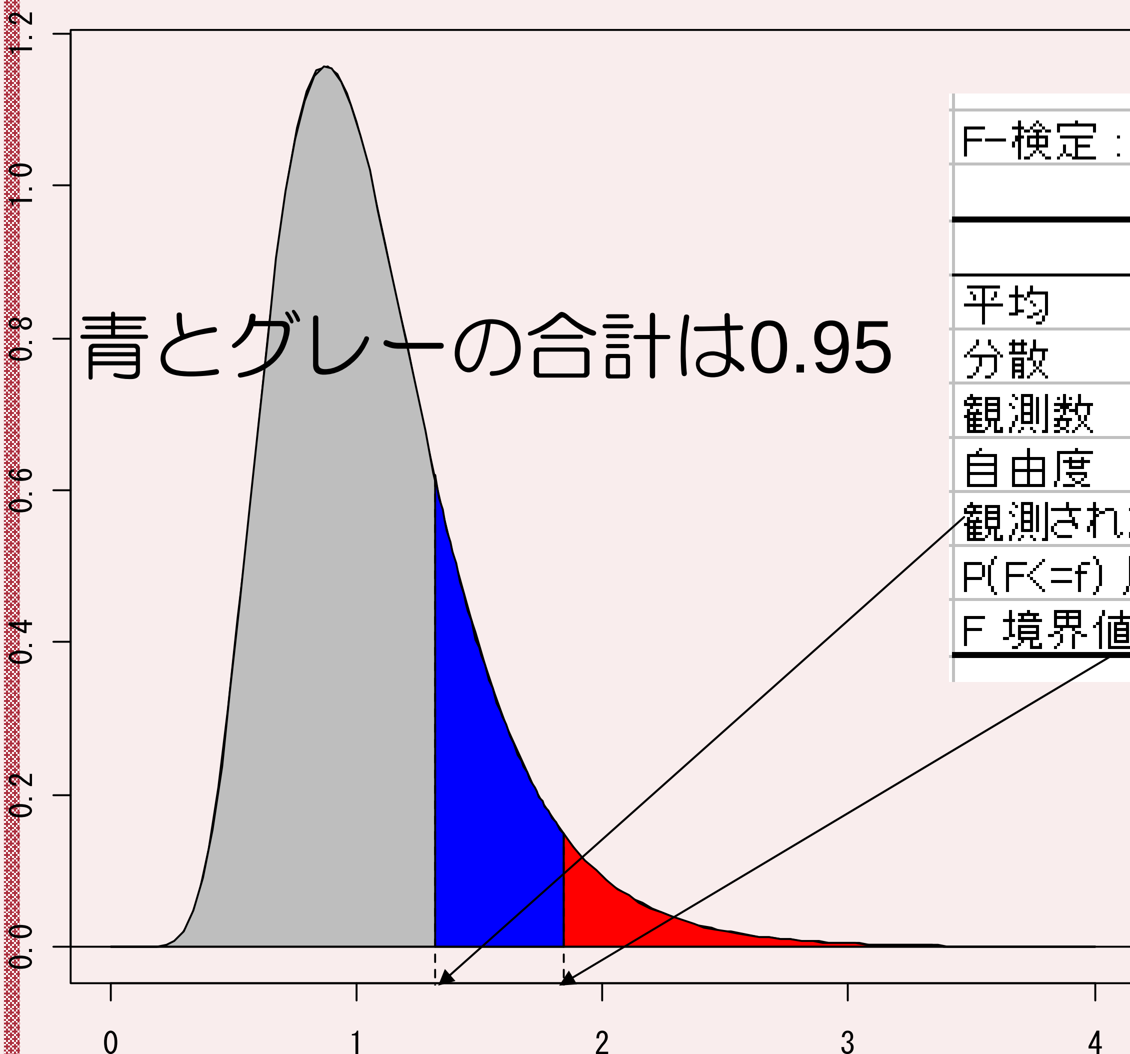
*F*検定

自由度	30	30
観測された分散比	1.316276	
P(F<=f) 片側	0.22808	
F 境界値 片側	1.840872	

帰無仮説が正しい時，*F*値（観測された分散比）が1.316を超える確率は0.228．これは5%以上であり，有意水準5%としても差があるとは言えない．

*F*値1.316は*F*境界値1.841を超えていない．よって，*F*値が1.316を超える確率は5%以上あり，有意水準5%としても差があるとは言えない．

*F*検定



F-検定 : 2 標本を使った分散の検定

	B高校	A高校
平均	168.8158	172.858
分散	10.50161	7.978276
観測数	31	31
自由度	30	30
観測された分散比	1.316276	
P(F<=f) 片側	0.22808	
F 境界値 片側	1.840872	

青の部分と赤の部分の確率の合計は0.228
（赤の部分は0.05）

2標本検定
（ペアとならない標本の場合）

２標本検定の分類

標本はペアになるか

なる

ｔ検定：
一対の標本による平均の検定

ならない

群間で分散は等しいか（*F*検定）

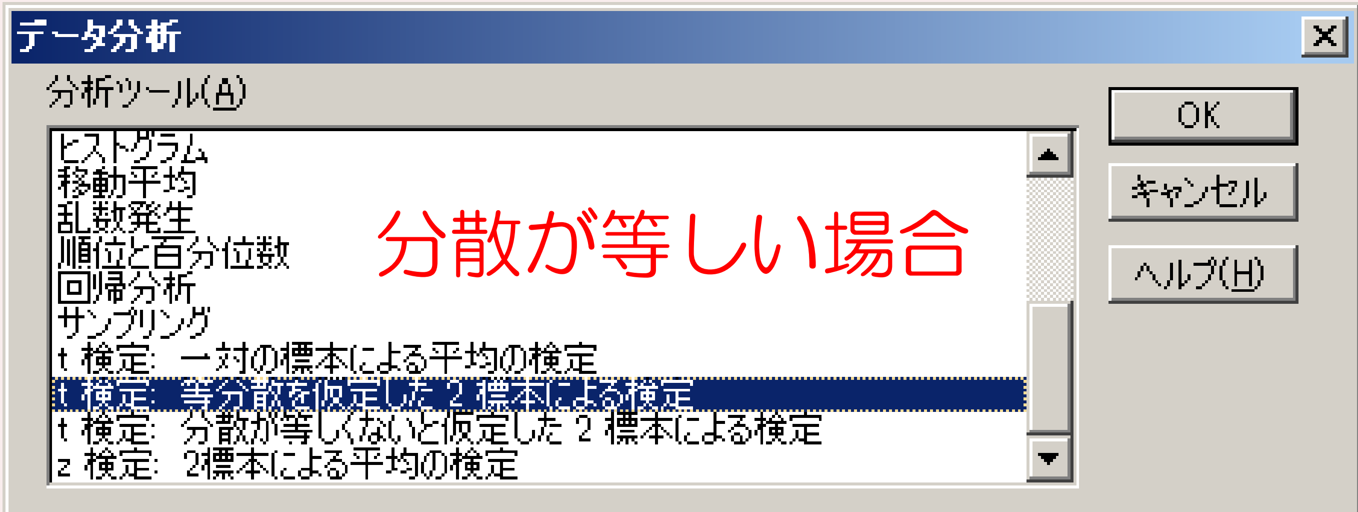
等しい

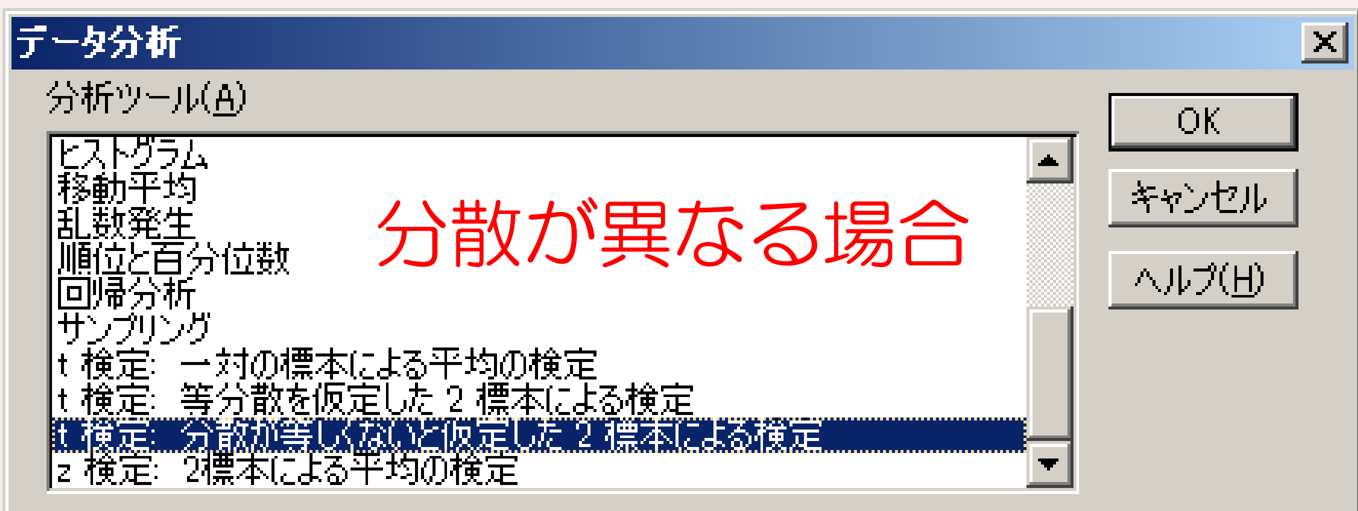
ｔ検定：
等分散を仮定した2標本による検定

等しくない

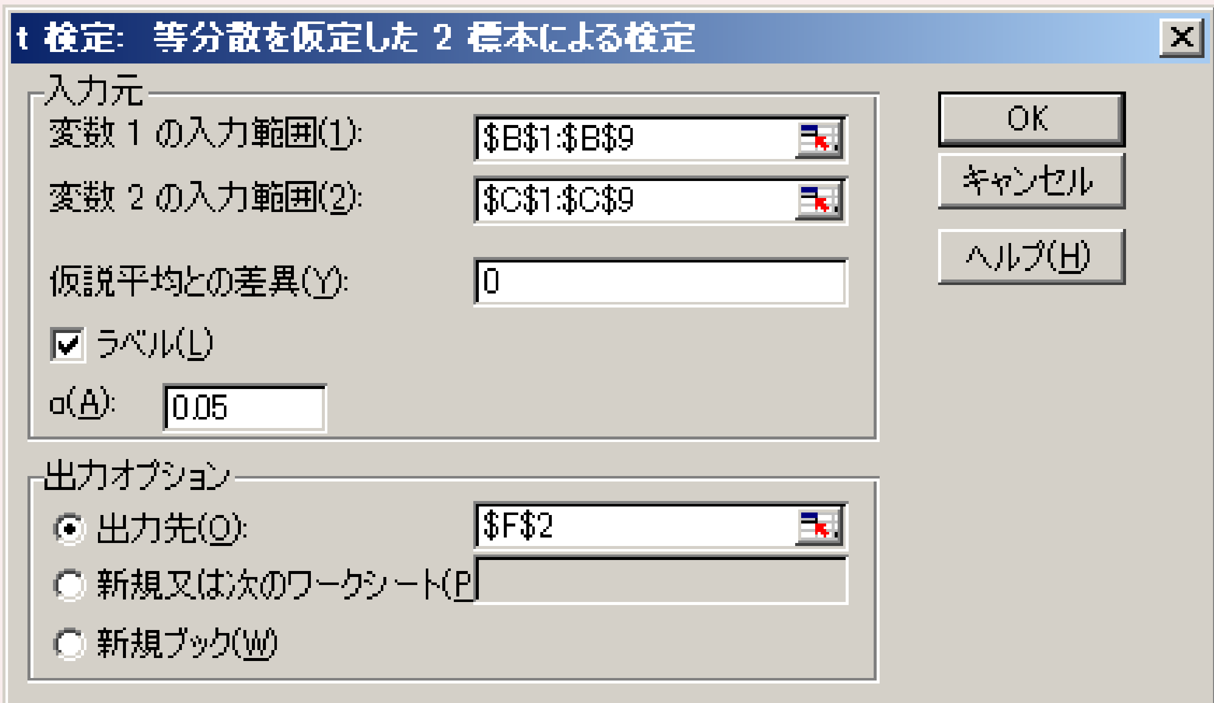
ｔ検定：
分散が等しくないと仮定した
2標本による検定

t 検定


データ分析
分析ツール(A)
ヒストグラム
移動平均
乱数発生
順位と百分位数
回帰分析
サンプリング
t 検定: 一対の標本による平均の検定
t 検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定
t 検定: 分散が等しくないと仮定した 2 標本による検定
z 検定: 2標本による平均の検定
分散が等しい場合
OK
キャンセル
ヘルプ(H)


データ分析
分析ツール(A)
ヒストグラム
移動平均
乱数発生
順位と百分位数
回帰分析
サンプリング
t 検定: 一対の標本による平均の検定
t 検定: 等分散を仮定した 2 標本による検定
t 検定: 分散が等しくないと仮定した 2 標本による検定
z 検定: 2標本による平均の検定
分散が異なる場合
OK
キャンセル
ヘルプ(H)

t 検定



一部表記は異なるが，3種類の t 検定は，設定の方法はすべて同じ．検定結果の出力についても，本質的な部分については同じである．

t 検定

t-検定：等分散を仮定した2標本による検定		
	A高校	B高校
平均	172.858	168.8158
分散	7.978276	10.50161
観測数	31	31
プールされた分散	9.239944	
仮説平均との差異	0	
自由度	60	
t	5.235439	
P(T<=t) 片側	1.11E-06	
t 境界値 片側	1.670649	
P(T<=t) 両側	2.22E-06	
t 境界値 両側	2.000298	

差が0かどうかの検定

t分布の自由度

標本平均の差について，
母平均（0）を引いて，
標準誤差で割って
標準化したもの

tの絶対値が5.235を超える確率

tの絶対値が2.000を超える確率は0.05

実習

- chp08_b.xlsのデータを用い，入学前と入学後の服飾費に差があるか検討せよ．
- chp08_c.xlsのデータを用い，A大学とB大学の服飾費に差があるか検討せよ．